

Modelo de examen de primera evaluación: MATEMÁTICAS

1. Calcula y simplifica:

(a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[6]{2} =$

(b) $\left(\sqrt[3]{\sqrt[3]{27}}\right)^2 =$

(c) $\sqrt{20} + 6\sqrt{45} + \sqrt{80} =$

2. Racionaliza: $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} =$

3. (a) Calcula x aplicando la definición de logaritmo: $\log_{\frac{1}{2}} 8$

(b) Calcula mediante un cambio de base y la calculadora: $\log_3 20$

4. Factoriza el siguiente polinomio: $x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 10x$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones:

(a) $5^x + 5^{x+1} + 5^{x+2} = 775$

(b) $\log(x-2) - \frac{1}{2} \log(3x-6) = \log 2$

(c) $\sqrt{2x-1} + \sqrt{x+4} = 6$

(3 p)

6. Resuelve el sistema:
$$\begin{cases} \log x + \log y = 2 \\ x - 6y = 1 \end{cases}$$

7. Resuelve la siguiente inecuación: $3x^2 - 4x \geq 4$

8. En un taller hay coches y motocicletas. Si en total hay 30 vehículos y 100 ruedas (sin contar las de repuesto), encuentra el nº de coches y de motocicletas.

9. Resuelve el sistema de inecuaciones:
$$\begin{cases} x + y \leq 2 \\ 2x - 3y > 1 \end{cases}$$

Modelo de examen de primera evaluación: MATEMÁTICAS

1. Calcula y simplifica:

(a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[6]{2} = \sqrt[6]{3^3 \cdot 4^2 \cdot 2} = \sqrt[6]{3^3 \cdot 4^2 \cdot 2} = \sqrt[6]{3^3 \cdot 2^4 \cdot 2} = \sqrt[6]{3^3 \cdot 2^5}$

(b) $(\sqrt[3]{\sqrt[3]{27}})^2 = (\sqrt[9]{27})^2 = \sqrt[9]{27^2} = \sqrt[9]{(3^3)^2} = \sqrt[9]{3^6} = \sqrt[3]{3^2}$

(c) $\sqrt{20} + 6\sqrt{45} + \sqrt{80} = \sqrt{2^2 \cdot 5} + 6 \cdot \sqrt{3^2 \cdot 5} + \sqrt{2^4 \cdot 5} = 2\sqrt{5} + 18\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = 24\sqrt{5}$

2. Racionaliza: $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3} \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{5})}{(\sqrt{3}-\sqrt{5})(\sqrt{3}+\sqrt{5})} = \frac{(\sqrt{3})^2 + \sqrt{3} \cdot \sqrt{5}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{3 + \sqrt{15}}{3 - 5} = \frac{3 + \sqrt{15}}{-2}$

3. (a) Calcula x aplicando la definición de logaritmo: $\log_{\frac{1}{2}} 8$; $(\frac{1}{2})^x = 8$; $\frac{1}{2^x} = 2^3$; $2^x = \frac{1}{2^3} = 2^{-3}$; $x = -3$

(b) Calcula mediante un cambio de base y la calculadora: $\log_3 20$

$\log_3 20 = \frac{\log 20}{\log 3} = 2.72$

4. Factoriza el siguiente polinomio: $x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 10x$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones:

(a) $5^x + 5^{x+1} + 5^{x+2} = 775$

(b) $\log(x-2) - \frac{1}{2} \log(3x-6) = \log 2$

(c) $\sqrt{2x-1} + \sqrt{x+4} = 6$

(3 p)

6. Resuelve el sistema: $\begin{cases} \log x + \log y = 2 \\ x - 6y = 1 \end{cases}$

7. Resuelve la siguiente inecuación: $3x^2 - 4x \geq 5$

8. En un taller hay coches y motocicletas. Si en total hay 30 vehículos y 100 ruedas (sin contar las de repuesto), encuentra el nº de coches y de motocicletas.

9. Resuelve el sistema de inecuaciones: $\begin{cases} x + y \leq 2 \\ 2x - 3y > 1 \end{cases}$

(4.) $x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 10x = x(x^3 + 2x^2 - 5x - 10)$

1	2	-5	-10
-2	-2	0	10
1	0	-5	0

$x^2 + 0x - 5 = 0$

$x^2 = 5$

$x = \pm\sqrt{5}$

Sol: $x(x+2)(x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5})$

(5)

(a) $5^x + 5^{x+1} + 5^{x+2} = 775$

$5^x + 5 \cdot 5^x + 5^2 \cdot 5^x = 775$

$5^x = z \Rightarrow z + 5z + 25z = 775$

$31z = 775$

$z = \frac{775}{31} = 25$

Como $5^x = 25$

$5^x = 5^2$

$x = 2$

(b) $\log(x-2) - \frac{1}{2} \log(3x-6) = \log 2$

$\log(x-2) - \log(3x-6)^{1/2} = \log 2$

$\log \frac{x-2}{(3x-6)^{1/2}} = \log 2$

$\frac{x-2}{\sqrt{3x-6}} = 2$

$x-2 = 2\sqrt{3x-6}$

$(x-2)^2 = 4(3x-6)$

$x^2 - 4x + 4 = 12x - 24$

$x^2 - 16x + 28 = 0$

Soluciones:

$x_1 = \frac{16 + \sqrt{144}}{2} = 14$

$x_2 = \frac{16 - \sqrt{144}}{2} = 2$
no vale.

(c)

$$\sqrt{2x-1} + \sqrt{x+4} = 6$$

$$\sqrt{2x-1} = 6 - \sqrt{x+4}$$

$$(\sqrt{2x-1})^2 = (6 - \sqrt{x+4})^2$$

$$2x-1 = 36 + x+4 - 12\sqrt{x+4}$$

$$x-41 = -12\sqrt{x+4}$$

$$(x-41)^2 = (-12\sqrt{x+4})^2$$

$$x^2 + 1681 - 82x = 144(x+4)$$

$$x^2 + 1681 - 82x = 144x + 576$$

$$x^2 - 226x + 1105 = 0$$

$$x = \frac{226 \pm \sqrt{51076 - 4420}}{2} = \frac{226 \pm 216}{2}$$

$$x = \begin{cases} \cancel{221} & \text{no sirve} \\ \underline{\underline{5}} \end{cases}$$

6

$$\left. \begin{aligned} \log x + \log y &= 2 \\ x - 6y &= 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \log xy &= \log 10^2 \\ x - 6y &= 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} xy &= 100 \\ x - 6y &= 1 \end{aligned} \right\}$$

Resuelvo por sustitución:

$$x - 6y = 1$$

$$x = 1 + 6y$$

$$xy = 100$$

$$(1+6y)y = 100 \Rightarrow 6y^2 + y = 100 \Rightarrow 6y^2 + y - 100 = 0 \quad \text{Sol: } y = \frac{1 \pm 49}{12} \begin{cases} \frac{25}{6} \\ -4 \end{cases}$$

$$\text{Como } x = 1 + 6y \Rightarrow \text{si } y = \frac{25}{6} \Rightarrow x = 26$$

$$\text{si } y = -4 \Rightarrow x = \cancel{23} \quad (\text{no valen, no hay log de nos negat.})$$

7

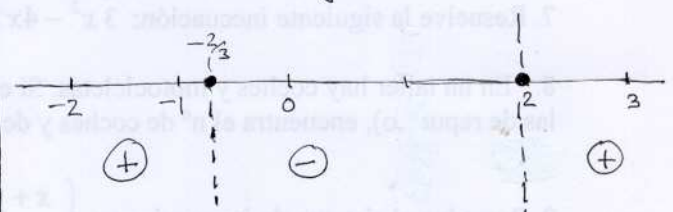
$$3x^2 - 4x \geq 4$$

$$3x^2 - 4x - 4 \geq 0$$

$$\text{Ceros: } 3x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 48}}{6} = \frac{4 \pm 8}{6} = \begin{cases} 2 \\ -\frac{2}{3} = -0,66 \end{cases}$$

Estudio del signo



$$\text{Solución: } (-\infty, -\frac{2}{3}] \cup [2, \infty)$$

8

Coches: x

Motos: y

$$\left. \begin{aligned} x + y &= 30 \\ 4x + 2y &= 100 \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} -2x - 2y &= -60 \\ 4x + 2y &= 100 \end{aligned}$$

$$2x = 40$$

$$x = 20 \text{ coches}$$

$$y = 10 \text{ motos}$$

$$\left. \begin{aligned} x + y &\leq 2 \\ 2x - 3y &> 1 \end{aligned} \right\}$$

$$\text{Recta } x + y = 2 \\ y = 2 - x$$

x	y
0	2
1	1
2	0

Prueba (0,0)

$$0 + 0 \leq 2$$

si

$$\text{Recta } 2x - 3y = 1$$

$$y = \frac{2x-1}{3}$$

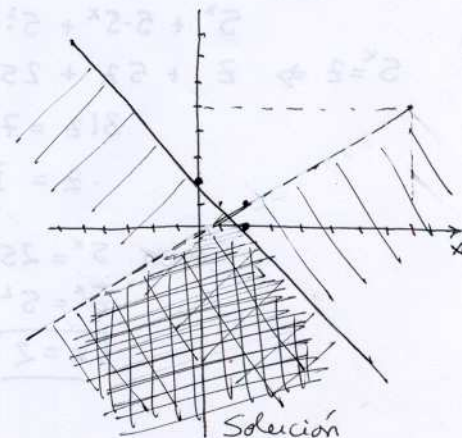
x	y
2	1
8	5

Prueba (0,2)

$$2 \cdot 0 - 3 \cdot 2 > 1$$

$$-6 > 1$$

No



Solución